Cours du 22.02.2021

lundi, 22 février 2021 18:30

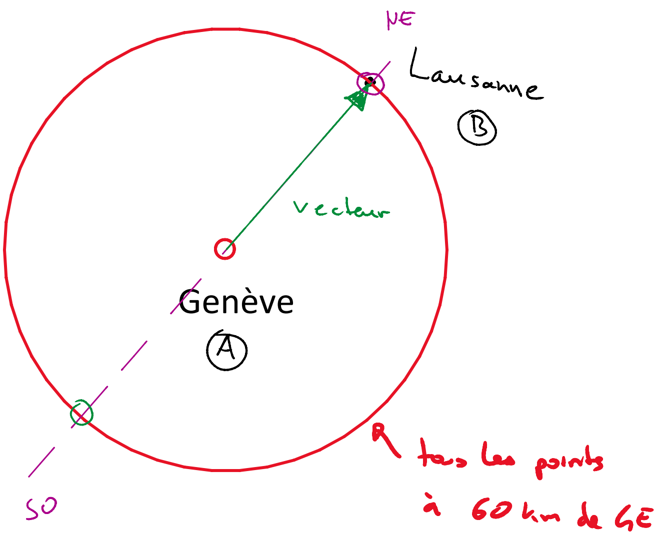
Organisation du semestre
Chapitre 3 : Géométrie vectorielle (et algèbre linéaire) -
Examen écrit mi-semestre : 50% note.

Chapitre 4 : Probabilités et statistiques (TP oral/rapport) 50% note.

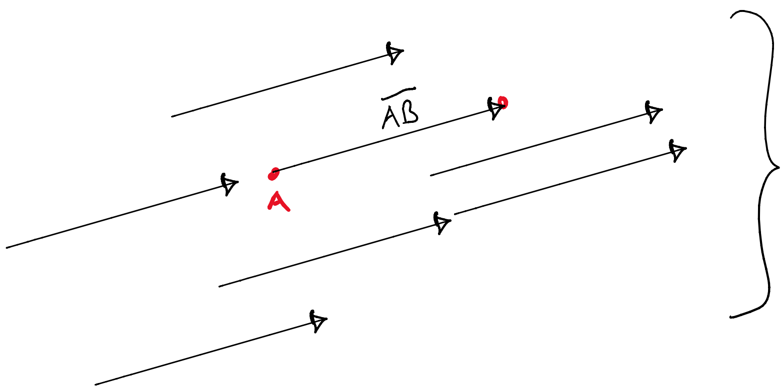
Chapitre 3 : Géométrie Vectorielle

Qu'est-ce qu'un vecteur ?

- Direction
- Distance (longueur)
- Sens

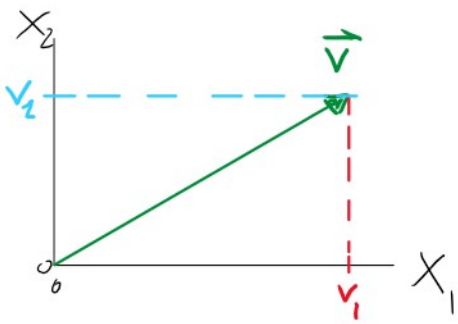


Deux points (A et B) définissent un segment de droite orienté (on va de A vers B). Ce segment définit les trois points qui composent un vecteur.
Donc, deux points suffisent pour définir de manière unique, un vecteur.
MAIS ce n'est pas le SEUL segment de droite équivalent au vecteur !
DONC : TOUS les segments de droite orientés PARALLELES à AB ET de même longueur ET de même sens correspondent au même vecteur !
Autrement dit, le vecteur définit un ENSEMBLE de segments de droites orientés.



Un vecteur représente TOUS ces segments de droite !

En 2 dimensions, un vecteur est représenté comme une "flèche" dans un repère (système d'axes).



Notation : $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \left(= [v_1 , v_2] \right)$

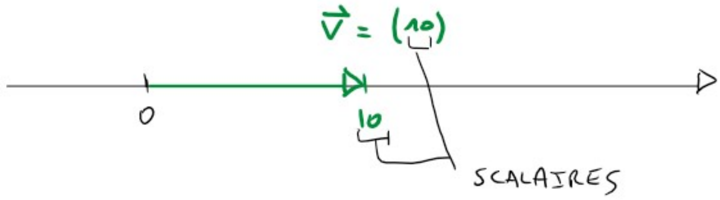
dim. 2

$\vec{V} \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$

$\vec{V} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ $\quad$ v_1 et $v_2 \in \mathbb{R}$

Un vecteur est en opposition à la notion de "***scalaire***".
SCALAIRE est une VALEUR (nombre) $\in \mathbb{R}$. Il n'a ni sens, si direction, ni "longueur".

<u>QUESTION :</u> Un scalaire est-il un vecteur de dimension 1 ?
NON!!! Car un vecteur, MÊME en dimension 1, a une longueur, un sens et une direction.



$\vec{V} = (10) \neq 10$

$\downarrow$

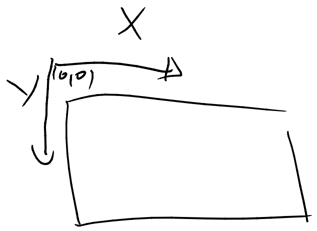
vecteur $\neq$ valeur de sa composante (vecteur à 1 dim)

Généralisation du vecteur à N dimensions :

$$\vec{V} \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \dots \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^N = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{pmatrix}$$

$v_1, v_2, \dots, v \in \mathbb{R}$

$v_1, v_2, \dots, v_N \in \mathbb{R}$



Exemple :
Comment un écran est-il défini -> par des pixels.
Comment est défini un pixel : un position (x, y) ET sa couleur : (r, g, b).
Chaque pixel correspond à un "vecteur" $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ r \\ g \\ b \end{pmatrix}$

x, y, r, g, b sont des scalaires

$x, y \in \mathbb{N}$

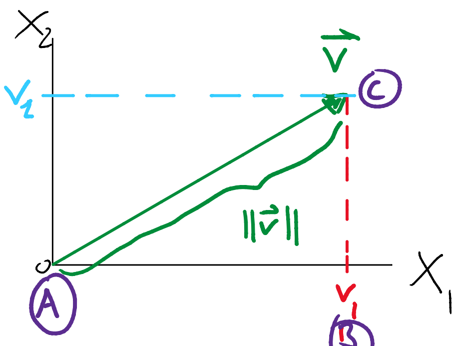
$r, g, b \in \{0, \dots, 255\}$

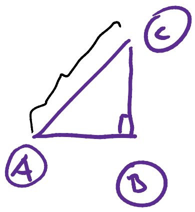
Autre exemple : int32 ?

$\vec{i} \in \{0,1\}^{32}$ $\quad \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}$

"Longueur" d'un vecteur s'appelle la "**norme**" du vecteur et s'écrit

$\|\vec{V}\|$





Pythagore "$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$"

$\|\vec{V}\|^2 = (v_1)^2 + (v_2)^2$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2} \in \mathbb{R}$$

Et en N dimensions ?

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}$$

Exercice : Prouvez que (en 2D)

A

Le vecteur $\vec{v}$ est le vecteur nul $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

SI ET SEULEMENT SI

$\Longleftrightarrow$

B

La norme du vecteur est 0.

A $\Rightarrow$ B :

A $\Leftarrow$ B :